

2017 年度前期期末試験 (離散数学) I

工学科

学生番号

氏名

1. p, q, r を命題変数とする論理式の集合を L とする. 論理的同値関係 $\equiv$ による, L の分割 (商集合) $L/\equiv$ を求めよ. (8 点)

$$L = \{ (p \rightarrow q) \rightarrow r, (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r), (p \vee r) \wedge (q \rightarrow r), (p \wedge q) \rightarrow r \}$$

$$L/\equiv =$$

2. 正の整数全体を $\mathbb{Z}^+$ で表す. 次のように定義される $\mathbb{Z}^+$ 上の各 2 項関係 R_i は, 反射性, 対称性, 反対称性, 推移性のうちの性質を満たすか. 満たす場合には $\circ$ を, 満たさない場合には反例を解答欄に記入せよ. たとえば反対称性に対する反例の場合, 「 $1R_i2$ かつ $2R_i1$ であるが $1 \neq 2$ 」のように書くこと. ただし, $\text{lcm}(x, y)$ は x と y の最小公倍数 (least common multiple) を表す. (24 点)

$$xR_1y \stackrel{\text{def}}{\iff} \text{lcm}(x, y) = xy \quad xR_2y \stackrel{\text{def}}{\iff} \exists n \in \mathbb{Z}^+ \text{ s.t. } \text{lcm}(x, y) = 2n - 1$$

	反射性	対称性	反対称性	推移性
R_1				
R_2				

3. 以下の差分方程式の一般解と, 与えられた初期値を満たす特殊解を求めよ. (28 点)

(1) $f(n) - 4f(n-1) + f(n-2) + 6f(n-3) = 0$ 初期値: $f(0) = 4, f(1) = -2, f(2) = 2$.

一般解: $f(n) =$

特殊解: $f(n) =$

(2) $f(n) - 4f(n-1) + 4f(n-2) = 3 \cdot 2^n$ 初期値: $f(0) = -1, f(1) = 5$.

一般解: $f(n) =$

特殊解: $f(n) =$

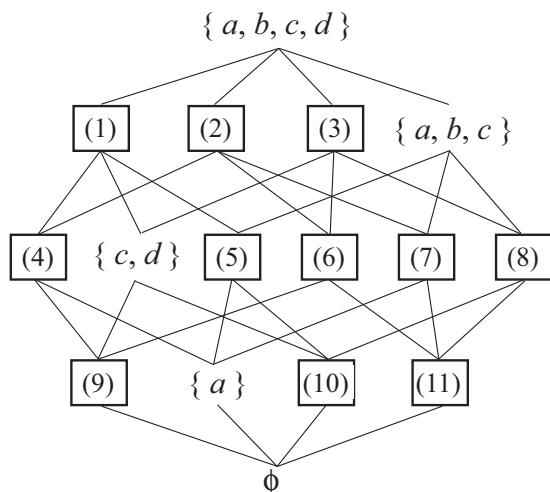
2017 年度前期期末試験 (離散数学) II

工学科

学生番号

氏名

4. $S = \{a, b, c, d\}$ とする. 半順序集合 $(2^S, \subseteq)$ に対する以下のハッセ図の空欄 (1) ~ (11) に当てはまる集合をア ~ タの中から選んで解答欄に記入せよ. また, $X = \{(4), (5), (10)\}$ とするとき, X の上限を解答欄 (12) に, 極小元を解答欄 (13) にそれぞれ記入せよ. 答えはすべてア ~ タの記号で記入すること. ただし, 複数存在する場合は, 複数の記号を 1 つの解答欄に記入し, 存在しない場合は「無し」と記入せよ. (15 点)



ア	イ	ウ	エ	オ	カ
$\{a, b, c, d\}$	$\{a, b, c\}$	$\{b, c, d\}$	$\{a, c, d\}$	$\{a, b, d\}$	$\{a, b\}$
キ	ク	ケ	コ	サ	シ
$\{b, c\}$	$\{c, d\}$	$\{a, c\}$	$\{b, d\}$	$\{a, d\}$	$\{a\}$
ス	セ	ソ	タ		
$\{b\}$	$\{c\}$	$\{d\}$	ϕ		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)

5. 1 から n ($n \geq 1$) までの自然数の集合を $S = \{1, 2, \dots, n\}$ で表す. 以下の問に答えよ. (15 点)

問 1. S 上の 2 項関係 R は, S の任意の要素 x, y に対して「 xRy または yRx 」が成り立つとき「比較可能である」という. S 上の比較可能な 2 項関係は全部で何個あるか.

個

問 3. 十分大きな自然数 n に対して, 2^{n+1} と $n!$ の間には一定の大小関係が成り立つ. すなわち, 次の命題が成り立つ.

命題: 「 $n \geq$ (ア) である任意の自然数 n に対して, (イ) $\geq$ (ウ) が成り立つ」

空欄 (ア) に当てはまる最小の自然数を求めよ. また, 空欄 (イ) (ウ) に当てはまる数式を, 2^{n+1} , $n!$ の中から選んで解答欄に記入せよ.

(ア)

(イ)

(ウ)

問 4. 上の命題が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明せよ.