離散数学 I　2018 年度前期期末試験（１）

クラス (工学科)　　学生番号　　　　氏名

1. $S = \{1,\ \{2,\ 3\}\}$ とする以下の関係のうち成り立つものには○を成り立たないものには×を回答欄に記入せよ．(7 点)

(a) $2 \in S$　(b) $\{1\} \subseteq S$　(c) $\{1,2\} \subseteq S$　(d) $\{2,3\} \in S$　(e) $\{2,3\} \subseteq S$　(f) $\{1\} \in 2^S$　(g) $\{\{2,3\}\} \subseteq 2^S$

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)

2. $S_1 = \{0,1,2\}$，$S_2 = \boldsymbol{N}$(0 を含む自然数全体)，$S_3 = \boldsymbol{Z}$(整数全体) とする．また，$S_i \times S_i$ 上の 2 項関係 $\prec$ を以下のように定義する．

$$(x,y) \prec (z,w) \stackrel{\text{def}}{\Longleftrightarrow} (x < z) \vee (x = z \wedge y < w).$$

このとき，以下の各論理式 A_1, A_2, A_3, A_4 が領域 S_1, S_2, S_3 のもとで真となる場合は○を，偽となる場合には×を回答欄に記入せよ．(12 点)

$$A_1 = \forall x \forall y \exists z \exists w \Big((x,y) \prec (z,w) \Big) \qquad A_2 = \exists x \exists y \forall z \forall w \Big((x,y) \prec (z,w) \Big)$$

$$A_3 = \forall x \forall y \exists z \exists w \Big((z,w) \prec (x,y) \Big) \qquad A_4 = \exists x \exists y \forall z \forall w \Big((z,w) \prec (x,y) \Big)$$

	A_1	A_2	A_3	A_4
S_1				
S_2				
S_3				

3. 次のように定義される自然数 $\boldsymbol{N}$ (0 を含む) 上の各 2 項関係 R_i は，反射性，対称性，反対称性，推移性のうちどの性質を満たすか．満たす場合には○を，満たさない場合には反例を解答欄に記入せよ．たとえば反対称性に対する反例の場合，「$1R_i2$ かつ $2R_i1$ であるが $1 \neq 2$」のように書くこと．(24 点)

$$xR_1y \stackrel{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \exists n \in \boldsymbol{N} \text{ s.t. } 2x + y = 2n \qquad xR_2y \stackrel{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \exists n \in \boldsymbol{N} \text{ s.t. } x - y = 7n$$

	反射性	対称性	反対称性	推移性
R_1				
R_2				

4. $n \geq 1$ なる任意の自然数に n 対して，$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \cdots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$ が成り立つことを数学的帰納法により証明せよ．(7 点)

離散数学 I　2018 年度前期期末試験（２）

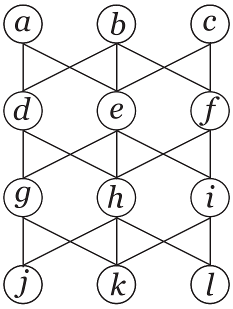
クラス (工学科)　　　学生番号　　　　　　氏名

5. p, q, r を命題変数とする論理式の集合を L とする．論理的同値関係 $\equiv$ による，L の分割 (商集合) $L/\!\equiv$ を求めよ．(7 点)

$$L = \{\ (p \to q) \to (p \wedge r),\ (p \to q) \to r,\ (\neg p \to r) \wedge (q \to r),\ p \wedge (q \to r)\ \}$$

$L/\!\equiv\ =$

6. 以下のハッセ図で表される半順序集合 $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l\}$ と，X の部分集合 $S = \{d, g, h\}$ に対して，S の (1) 上界，(2) 下界，(3) 最大元，(4) 最小元，(5) 極大元，(6) 極小元，(7) 上限，(8) 下限をそれぞれ求めよ．また，存在しない場合には「なし」と記入せよ．(8 点)



(1) 上界

(2) 下界

(3) 最大

(4) 最小

(5) 極大

(6) 極小

(7) 上限

(8) 下限

7. 以下の問に答えよ．(15 点)

(1) 差分方程式 $f(n) - 2f(n-1) - 3f(n-2) = 0$ の一般解と初期値 $f(0) = 6,\ f(1) = 2$ を満たす特殊解を求めよ．

一般解： $f(n) =$

特殊解： $f(n) =$

(2) 差分方程式 $f(n) - 4f(n-1) - 5f(n-2) = 4n + 1$ の特殊解を 1 つ求めよ．

特殊解： $f(n) =$