履修上の注意

1．単位の取得
（小テスト＋レポート＋期末試験）× 出席 ≧ 60
再試験はない

2．小テスト解答用にA4版レポート用紙を準備する（次回から）

3．講義資料
http://www.donald.ai.kyutech.ac.jp/members/ishizaka
VPN：情報科学センター （ISCオンラインガイド⇒応用編）

1 集合の基礎

離散数学第1回講義

1．1 集合とは

集合(set) $\overset{def}{\Longleftrightarrow}$ 相異なる「もの」の集まり

集められた「もの」とそうでない「もの」が，きちんと識別できる必要がある．

要素 (element)：集められた個々のもの

$a \in X$：「a は集合 X の要素である．」
「X は a を要素として含む．」
「a は X に属する．」

$a \notin X$：「a は集合 X の要素でない．」
「X は a を要素として含まない．」
「a は X に属さない．」

集合の例：通常，集合には短い名前をつけて指示する．

E：楽天イーグルスの選手全員

S：素数全体

~~○：丸いもの全体，~~ ~~青：青いもの全体~~

数学の教科書等で通常用いられる名前

N：自然数全体の集合 （0 を含む，非負整数）

Z：整数全体

Q：有理数全体

R：実数全体

1．2 集合の定義法（表現法）

1．列挙式定義
すべての要素を “,” で区切って，“{” と “}” で括って表す．

$A = \{2, 4, 6, 8\}$

$B = \{0\}$

$\phi = \{\}$ 空集合 (empty set)

2．一般形と条件による定義
$\{x \mid x$ の条件$\}$

$C = \{2n \mid n \in Z, 1 \leqq n \leqq 4\} = \{2, 4, 6, 8\} = A$
かつ

$P = \{m \mid m \in N,\ 2 \leqq m,\ m = ab$ ならば $a=1$ または $b=1\}$

1．2 集合の定義法（続き）

3．集合演算による定義
集合演算，和（∪），積（∩），差（−）等を用いた代数的定義

$S = A \cup B$

$T = (A \cap B) - C$

注1：集合は相異なる「もの」の集まり

$\{\cancel{2, 4, 6, 8, 4, 8}\} = \{2, 4, 6, 8\}$

注2：要素の列挙順序は無意味

$\{2, 4, 6, 8\} = \{4, 2, 8, 6\} = \{4, 6, 8, 2\} = \ldots$

1．3　集合の集合

集合を要素とする集合も O.K.

$A = \{\, a, b, \{\, c, d \,\}\,\}$

$B = \{\, a, \{a\}, \{\{a\}\}\,\}$

$C = \{\, \{\,\}\,\} = \{\phi\}$

$D = \{\, \{\,\}, \{\, \{\,\}\,\}\,\} = \{\, \phi, \ \{\phi\}\,\}$

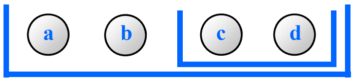
注1：*A* の要素は，a と b と集合 { c, d } の3個．

a と b と c と d ではない！！

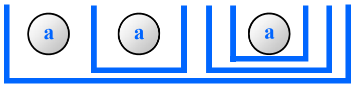
注2：$\phi \neq \{\phi\}$

1．3　集合の集合（続き）

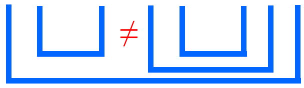
$A = \{\, a, b, \{\, c, d \,\}\,\}$

$A =$ 

$B = \{\, a, \{a\}, \{\{a\}\}\,\}$

$B =$ 

$D = \{\, \{\,\}, \{\, \{\,\}\,\}\,\} = \{\, \phi, \ \{\phi\}\,\}$

$D =$ 

1．3　集合の集合（続き）

$S_1 = \{\, a, b \,\}$　　$S_2 = \{\, \{\, a, b \,\}\,\}$　　$S_3 = \{\, \{\, \{\, a, b \,\}\,\}\,\}$

$a \in S_1$　　$a \notin S_2$　　$a \notin S_3$

$S_1 \in S_2$　　$S_1 \notin S_3$　　$S_2 \in S_3$

1．4　部分集合

$A \subseteq B \overset{def}{\Longleftrightarrow}$ *A* のすべての要素が *B* の要素である

集合 *A* は集合 *B* の部分集合 (subset) である．

$\{\, a, b \,\} \subseteq \{\, x, y, b, c, a \,\}$

$\{\, a, b \,\} \nsubseteq \{\, a, c, d, e \,\}$　（$\nsubseteq$：部分集合でない）

$\{\, a, b \,\} \subseteq \{\{a, b\}, a, b\,\}$ かつ $\{\, a, b \,\} \in \{\{a, b\}, a, b\,\}$

注1：すべての集合 *A* は *A*（自分自身）の部分集合．　$\forall A,\ A \subseteq A$

注2：空集合 ϕ はすべての集合の部分集合．　$\forall A,\ \phi \subseteq A$

注3：$\{\phi\} \in \{\{\phi\}\}$ であるが $\{\phi\} \nsubseteq \{\{\phi\}\}$．

1．5　集合の等価性

$A = B \overset{def}{\Longleftrightarrow} A \subseteq B$ かつ $B \subseteq A$

集合 *A* と集合 *B* は等しい．

$A = \{\, n^2 \mid n \in \{1,2,3,\ldots\}\,\},\ B = \{\, \sum_{m=0}^{n}(2m+1) \mid n \in N \,\} \ \Rightarrow\ A = B$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$　　（分配律）

$A \subsetneq B \overset{def}{\Longleftrightarrow} A \subseteq B$ かつ $A \neq B$

集合 *A* は集合 *B* の真部分集合．

$\{\, a, b \,\} \subsetneq \{\, x, y, b, c, a \,\}$

注：$\{\, a, b \,\} \subseteq \{\, x, y, b, c, a \,\}$ でもある．